



MINISTERSTVO ŠKOLSTVA SLOVENSKEJ REPUBLIKY

STROMOVÁ 1, 813 30 BRATISLAVA

MATURITA 2009

EXTERNÁ ČASŤ

MATEMATIKA

kód testu: **3340**

**NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU.**

- Test obsahuje 30 úloh.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
 - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšete jednotlivé čísllice výsledku do príslušných políčok odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačенú polohu desatinnej čiarky.
 - Pri úlohách s výberom odpovede vyberte správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možností, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Na vypracovanie testu budete mať 120 minút.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, kalkulačku a prehľad vzťahov, ktorý je súčasťou tohto testu. Nesmiete používať zošity, učebnice ani inú literatúru.
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- Podrobnejšie pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu. Prečítajte si ich.
- Pracujte rýchlo, ale sústreďte sa.

Želáme vám veľa úspechov.

Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn.

Časť I

- Vyriešte úlohy **01 – 20** a do odpovedového hárka zapíšete vždy **iba výsledok** – nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.
- Výsledok zapisujete do odpovedového hárka **pomocou desatinných čísel**.
- Pri zápise rešpektujte predtlačенú polohu desatinnej čiarky.
- Výsledky uvádzajte buď presné, alebo – ak je to v zadaní úlohy uvedené – zaokrúhlené podľa pokynov zadania (obvykle to bude s presnosťou na dve desatinné miesta).
- Znamienko – (mínus) napíšete do samostatného políčka pred prvú číslicu.
- Označenie jednotiek (stupne, metre, minúty, ...) **nezapisujete** do odpovedového hárka.
- Ak je váš výsledok celé číslo, **nevypíňajte** políčka za desatinnou čiarkou.

Napríklad:

výsledok $-33,1$ zapíšete - ,

výsledok 5 cm zapíšete 5 ,

výsledok $327,19^\circ$ zapíšete 3 7 , 1 9

- Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

1 V kúzelníckom vrečku je 5 rovnakých bielych a 2 rovnaké čierne guľôčky. Koľkými spôsobmi je možné vybrať z vrečka 3 guľôčky tak, aby boli 2 biele a 1 čierna?

2 Dané sú vektory $\vec{a} (3; -1)$, $\vec{b}(-2; m)$. Určte druhú súradnicu m vektora \vec{b} tak, aby $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$.

3 Určte hodnoty koeficientov $a, b \in R$ tak, aby kružnica určená rovnicou $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ prechádzala bodmi $A[-2; 0]$ a $B[1; -1]$. Do odpovedového hárka zapíšete súčet koeficientov $a + b$.

4 Veľký drevený dvojdiernkový gombík má priemer 2 cm. Veľkosť polomeru oboch dierok je 1 mm. Vyjadrite v percentách odpad materiálu, ktorý vznikne pri výrobe dvoch dierok jedného gombíka.



- 5** Obchodník predával digitálny fotoaparát za 360 eur. Tridsať percent z tejto ceny bol jeho zisk. Po čase klesol záujem o predaj tohto fotoaparátu a preto obchodník znížil jeho predajnú cenu o 10 %. Koľko percent z novej ceny teraz tvorí obchodníkov zisk?
Výsledok uveďte s presnosťou na dve desatinné miesta.

- 6** Hydrometeorologická stanica Bratislava – Devín zverejnila nasledovné údaje výšky vodnej hladiny Dunaja v týždni od 5. októbra 2008 do 11. októbra 2008, ktoré boli namerané vždy o 6.00 h v danom dni. Určte absolútnu hodnotu rozdielu aritmetického priemeru a mediánu výšky vodnej hladiny počas sledovaného týždňa.

Dátum	5. okt.	6. okt.	7. okt.	8. okt.	9. okt.	10. okt.	11. okt.
Výška hladiny [cm]	211	182	176	190	196	187	181

- 7** Obdĺžnik s rozmermi 8 cm a 4 cm otočíme o 360° najprv okolo dlhšej strany, čím vznikne prvé teleso. Potom obdĺžnik podobne otočíme okolo kratšej strany, čím vznikne druhé teleso. Určte pomer povrchov prvého a druhého telesa.

- 8** Určte výšku medzi dvoma poschodiami, ak viete, že počet schodov medzi dvoma poschodiami je 18, sklon stúpania je 30° a dĺžka schodu je 28,6 cm. Výsledok uveďte v centimetroch s presnosťou na celé centimetre.

- 9** Máme tri úsečky s rôznymi dĺžkami, z ktorých sme vytvorili trojuholník. Po sčítaní dĺžok každých dvoch úsečiek dostaneme postupne hodnoty 21 cm, 19 cm a 16 cm. Určte obvod trojuholníka v centimetroch.

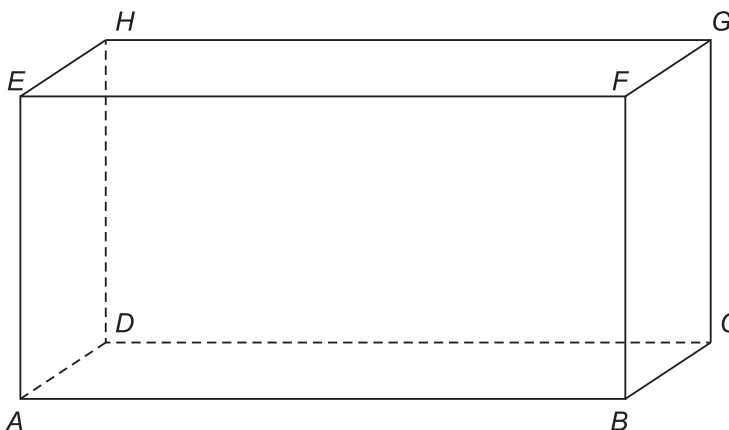
- 10** Určte hodnotu koeficienta b tak, aby jeden z koreňov rovnice $5x^2 + bx + 24 = 0$ bol $x_1 = 8$.

- 11** Pravidelný desaťuholník so stranou $a = 2$ cm je podstavou kolmého hranola, ktorého bočné steny sú štvorce. Určte objem hranola v cm^3 s presnosťou na dve desatinné miesta.

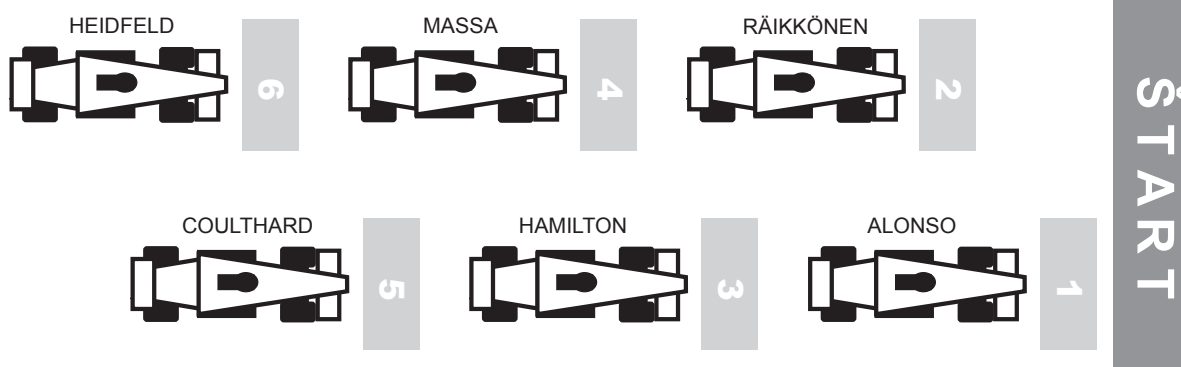
- 12** Graf funkcie $f: y = \frac{x+8}{x-4}$ pretína súradnicové osi v bodoch A a B . Určte vzdialenosť bodov A a B . Výsledok uveďte s presnosťou na dve desatinné miesta.

13 Určte neznáme číslo b tak, aby platila rovnosť $(6x^2 + bx + 2) : (2x - 1) = (3x - 2)$.

14 V kvádri $ABCDEFGH$ s rozmermi $|AB| = 8$ cm, $|AE| = 4$ cm a $|AD| = 3$ cm určte vzdialenosť priamky HG od roviny EDC .



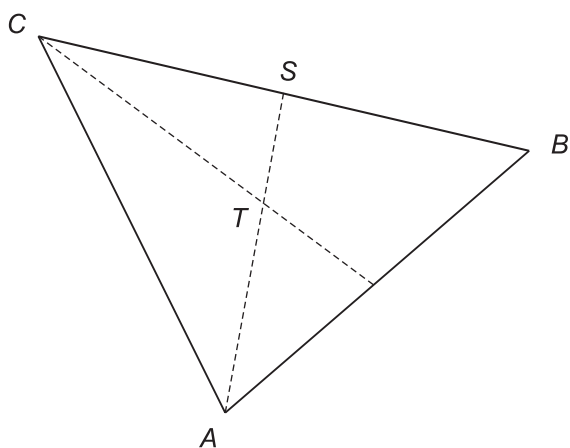
15 Na obrázku je znázornené štartové poradie na prvých šiestich miestach pretekov Formuly 1. V ďalších pretekoch štartovali z prvých šiestich miest tí istí pretekári. Räikkönen a Coulthard štartovali z toho istého miesta, všetci ostatní si zmenili štartové umiestnenie. Massa si vybojoval lepšiu štartovú pozíciu a súčasne si Alonso zhoršil svoju štartovú pozíciu. Koľko rôznych štartových poradí na prvých šiestich miestach mohlo byť v ďalších pretekoch?



16 Pre každé dva susedné členy postupnosti platí rovnosť $a_{n+1} = 2 \left(a_n + \frac{4}{a_n} \right)$. Určte prvý člen tejto postupnosti, ak jej druhý člen je $a_2 = 8$.

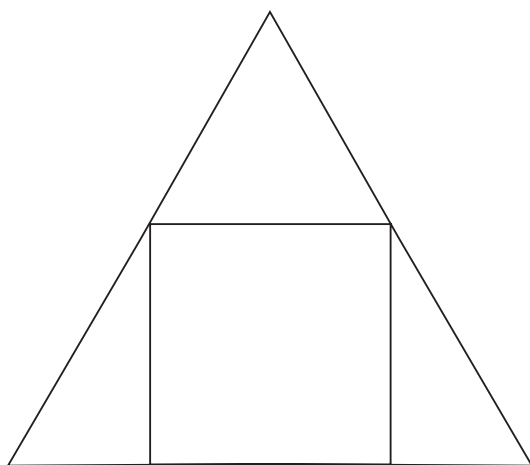
- 17** Body $A[-2;6]$ a $B[-4;-2]$ sú vrcholy rovnobežníka $ABCD$, ktorého uhlopriečky sa pretínajú v bode $S[0;0]$. Určte súradnice vrcholov C a D . Do odpovedového hárka zapíšte aritmetický priemer všetkých súradníc bodov C a D .

- 18** Daný je trojuholník ABC s ťažnicami $t_c=9$, $t_a=6$. Bod T je ťažisko trojuholníka a bod S je stred strany BC . Veľkosť uhla CTS je 60° . Určte veľkosť strany BC . Výsledok uveďte s presnosťou na dve desatinné miesta.



- 19** Súčet dvoch rôznych prirodzených čísel je 180, ich najväčší spoločný deliteľ je 45. Určte väčšie z týchto čísel.

- 20** Do rovnostranného trojuholníka so stranou dlhou 6 cm je vpísaný štvorec. Vypočítajte dĺžku strany tohto štvorca. Výsledok uveďte v centimetroch s presnosťou na dve desatinné miesta.



Časť II

V každej z úloh **21** až **30** je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí **(A)** až **(E)**. Svoju odpoveď zaznačte krížikom v príslušnom políčku odpovedového hárka. Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

21 V trojuholníku ABC pre veľkosti strán a, b, c platí $a \leq b \leq c$. Dva z jeho vnútorných uhlov majú veľkosti 80° a 40° . Ktoré z nasledujúcich tvrdení o trojuholníku ABC je pravdivé?

- (A) Uhol veľkosti 80° leží oproti strane a .
- (B) Uhol veľkosti 40° leží oproti strane b .
- (C) Tretí vnútorný uhol leží oproti strane a .
- (D) Tretí vnútorný uhol leží oproti strane b .
- (E) Tretí vnútorný uhol leží oproti strane c .

22 Množina všetkých riešení nerovnice $\frac{3x^2+x-6}{x^2} \leq 2$ je

- (A) $(-\infty; -3) \cup (2; \infty)$.
- (B) $\langle -3; 0 \rangle \cup (0; 2)$.
- (C) $\langle -2; 3 \rangle$.
- (D) $\langle -3; 2 \rangle$.
- (E) \emptyset .

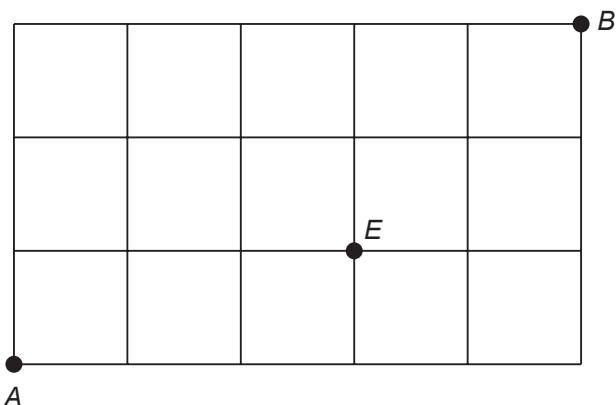
23 Rovnica $\log(x+2) = -\log(x+1)$ v množine R

- (A) má len jedno záporné riešenie.
- (B) má jedno kladné a jedno záporné riešenie.
- (C) má dve záporné riešenia.
- (D) nemá riešenie.
- (E) má len jedno kladné riešenie.

24 Koľko priesečníkov má graf funkcie $f: y = \sin(2x)$ s osou x na intervale $\langle 0; 3\pi \rangle$?

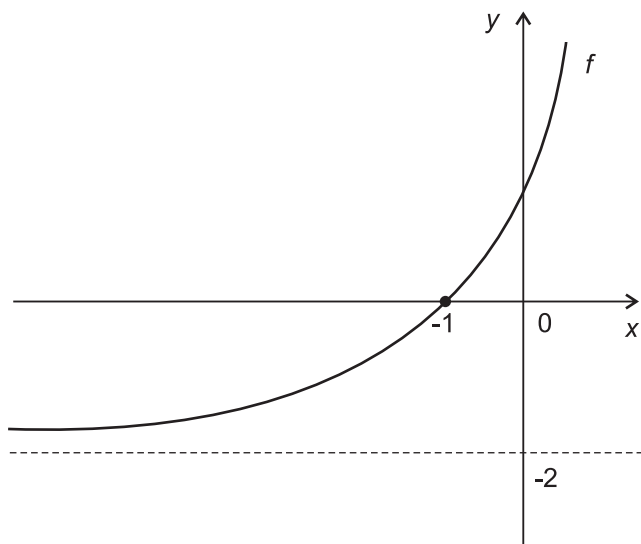
- (A) 7
- (B) 6
- (C) 5
- (D) 3
- (E) 2

- 25** Koľko existuje rôznych najkratších ciest z bodu A do bodu B cez bod E , ak cesta môže ísť len po stranách štvorcíkov?



- (A) 4
(B) 7
(C) 10
(D) 12
(E) 24

- 26** Na obrázku je časť grafu funkcie $f: y = 2^{x+a} + b$, kde a, b sú neznáme reálne čísla. Akú hodnotu má súčin $a \cdot b$?

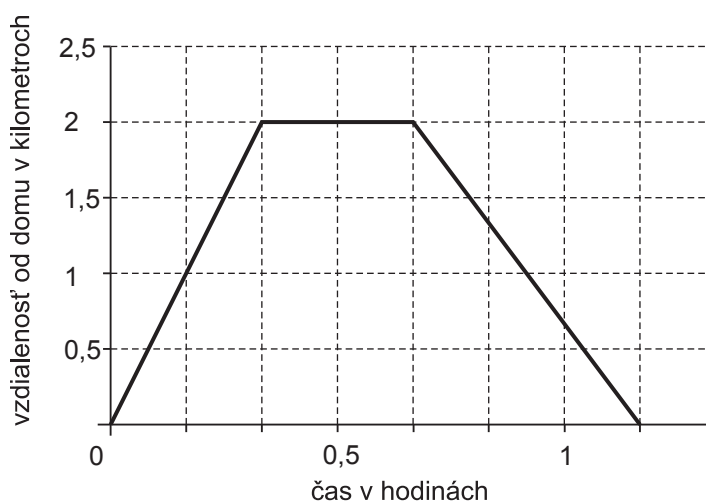


- (A) -4
(B) -3
(C) 0
(D) 2
(E) 4

27 Určte počet prirodzených čísel patriacich do intervalu $(15;100)$, ktoré pri delení siedmimi dávajú zvyšok tri.

- (A) 10
- (B) 11
- (C) 14
- (D) 13
- (E) 12

28 Michal u starej mamy na dedine chodieval nakupovať z jej domu do obchodu a naspäť vždy priamou cestou. Nasledujúci graf znázorňuje jednu Michalovu cestu. Zistite, akou rýchlosťou išiel z obchodu domov.



- (A) 10 km/h
- (B) 8 km/h
- (C) 6 km/h
- (D) 4 km/h
- (E) 2 km/h

29 Kolmý hranol so štvorcovou podstavou a kolmý hranol s podstavou pravidelného trojuholníka majú rovnakú výšku a rovnakú dĺžku hrany podstavy. Určte pomer objemov väčšieho a menšieho hranola.

- (A) 2
- (B) $\frac{4}{\sqrt{3}}$
- (C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- (D) $\frac{12}{\sqrt{3}}$
- (E) $\frac{\sqrt{3}}{12}$

30 Daná je funkcia $f: y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 3$. Funkcia g , ktorej graf je súmerný s grafom funkcie f podľa začiatku súradnicovej sústavy, je určená rovnicou

(A) $y = -\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 3$.

(B) $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 3$.

(C) $y = -\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 3$.

(D) $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 3$.

(E) $y = -\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 3$.

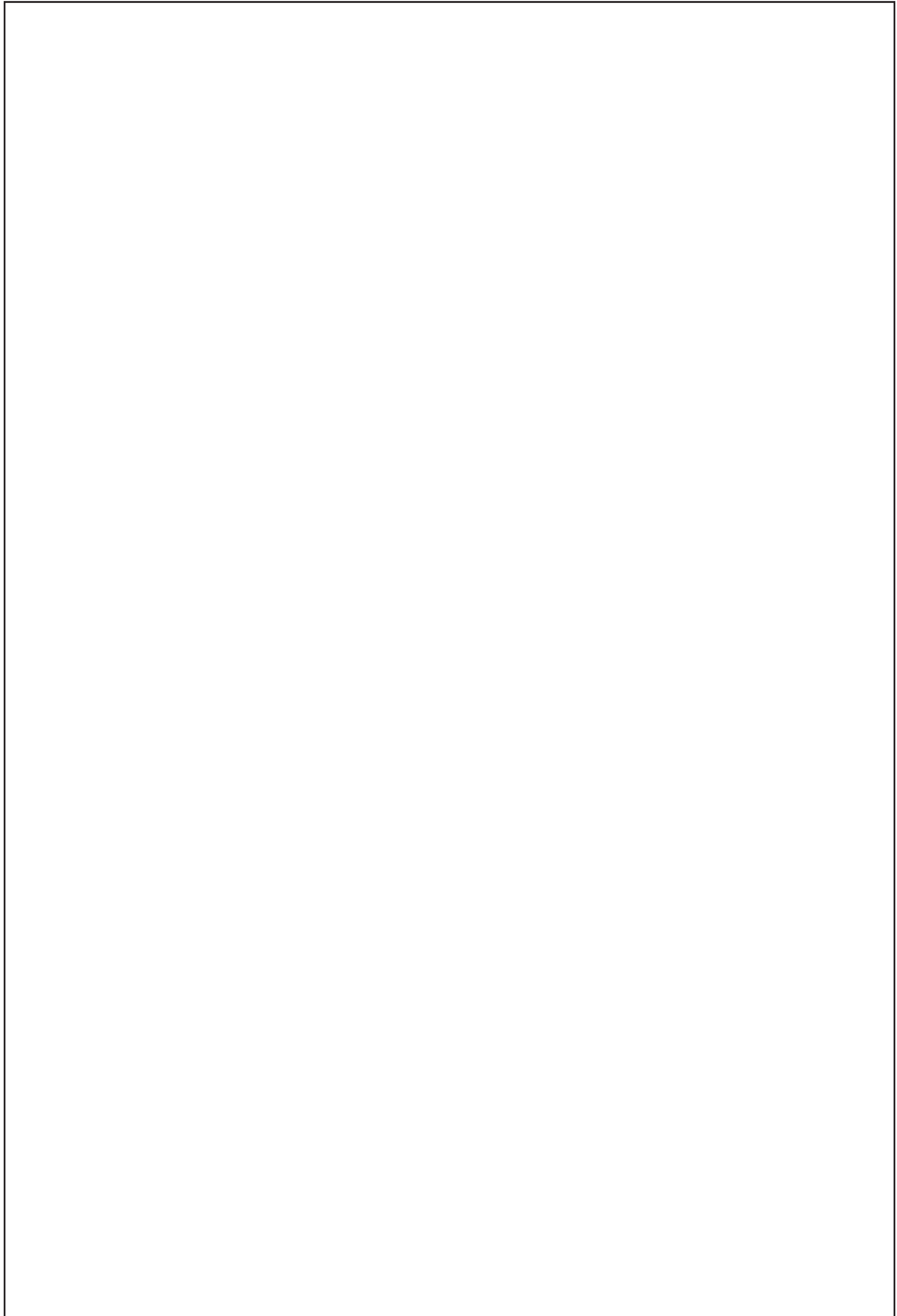
Vyhlasenie o autorstve

Toto dielo a jeho obsah (vrátane grafickej úpravy a usporiadania) je chránené autorským právom podľa zákona č. 618/2003 Z. z. o autorskom práve a právach súvisiacich s autorským právom (autorský zákon) v znení neskorších predpisov.

Nositeľom majetkových práv k autorskému dielu je Národný ústav certifikovaných meraní vzdelávania, ktorý je oprávnený vykonávať tie majetkové práva k dielu, ktoré sú vyhradené.

Na každé použitie tohto diela, najmä na vyhotovenie jeho rozmnoženiny, verejné prezentovanie a rozširovanie originálu diela alebo jeho rozmnoženiny predajom alebo inou formou prevodu vlastníckeho práva a spracovanie diela je potrebný predchádzajúci písomný súhlas NÚCEM-u.

Akékoľvek použitie diela bez súhlasu NÚCEM-u môže mať za následok postihnutie občianskoprávnou alebo trestnoprávnou cestou, vznik zodpovednosti za škodu spôsobenú nositeľovi majetkových práv alebo autorovi v zmysle ustanovení Občianskeho zákonníka a Trestného zákona, prípadne uplatnenie iných práv NÚCEM-u vyplývajúcich mu z autorského zákona a iných právnych predpisov.



PREHĽAD VZŤAHOV

Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

x	0°	30°	45°	60°	90°
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Sínusová veta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$ Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$

$$\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x$$

$$\log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$$

Kombinatorika:

$$P(n) = n!$$

$$V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

$$V'(k, n) = n^k$$

$$C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t \vec{u}, \quad t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0; [a; b] \neq [0; 0]$

Uhol vektorov: $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Vzdialenosť bodu $M[m_1; m_2]$ od priamky $p: ax + by + c = 0$: $|Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{p_i}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

Pokyny na vyplňovanie odpoved'ového hárka

Odpoved'ové hárky budú skenované, nesmú sa kopírovať.
Aby skener vedel prečítať vaše odpovede, musíte dodržať nasledujúce pokyny:

- Píšte perom s čiernou alebo modrou náplňou. Nepoužívajte tradičné plniace perá, veľmi tenko písúce perá, obyčajné ceruzky ani pentelky.
- Textové polia (kód školy, kód testu, kód žiaka, ...) vyplňujte veľkými tlačenými písmenami alebo číslicami podľa predpísaného vzoru. Vpisované údaje nesmú presahovať biele pole určené na vpisovanie.

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

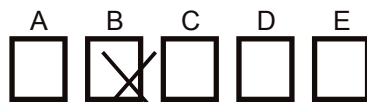
- Riešenia úloh s výberom odpovede zapisujte krížikom .

- **Správne zaznačenie odpovede (A)**

A	B	C	D	E
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- **Nesprávne zaznačenie odpovede (B)**

A	B	C	D	E
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



- V prípade chybného vyplnenia údajov alebo odpovedí postupujte podľa nasledujúcich pokynov. V žiadnom prípade nepoužívajte nový odpoved'ový hárak.
- Keď sa pomýlite alebo neskôr zmeníte názor, úplne zaplníte políčko so zlým krížikom a urobte nový krížik.



- Ak náhodou znovu zmeníte názor a chcete zaznačiť pôvodnú odpoveď, urobte krížiky do všetkých políčok a zaplnené políčko dajte do krúžku.



- Jednotlivé číslice riešenia úlohy s krátkou odpoveďou napíšte do príslušných políčok podľa predpísaného vzoru. Rešpektujte pritom predtlačенú polohu desatinnej čiarky. Do políčka napíšte najviac jednu číslicu, resp. znak „-“.

- **Správne** zapísaný výsledok $-3,1$

			-	3	,	1			
--	--	--	---	---	---	---	--	--	--
 - **Nesprávne** zapísaný výsledok $-3,1$

			-		,	3	,	1	
--	--	--	---	--	---	---	---	---	--
 - Oprava predchádzajúceho zápisu $-3,1$

		-	3		,				1
--	--	---	---	--	---	--	--	--	---
- alebo

		-	3		,	1			
--	--	---	---	--	---	---	--	--	--

Neotvárajte test, pokiaľ nedostanete pokyn.